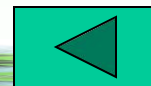


第3章 电感元件与电容元件

3.1 电容元件

3.2 电容的串、并联

3.3 电感元件



目的与要求

1. 理解电容、电感元件上的 u - i 关系
 2. 会分析电容器的串并联电路
- 

重点与难点

重点： (1) 电容器的串并联电路
 (2) 电容、电感元件上的 $u-i$ 关系

难点： (1) 电容器串联使用时最大工作电压的
计算 (2) 电容、电感元件上的 $u-i$ 关系

3.1 电容元件

3.1.1 电容元件的基本概念（一）

1. 电容元件是一个理想的二端元件, 它的图形符号如图3.1所示。

$$C = \frac{q}{u} \quad (3.1)$$

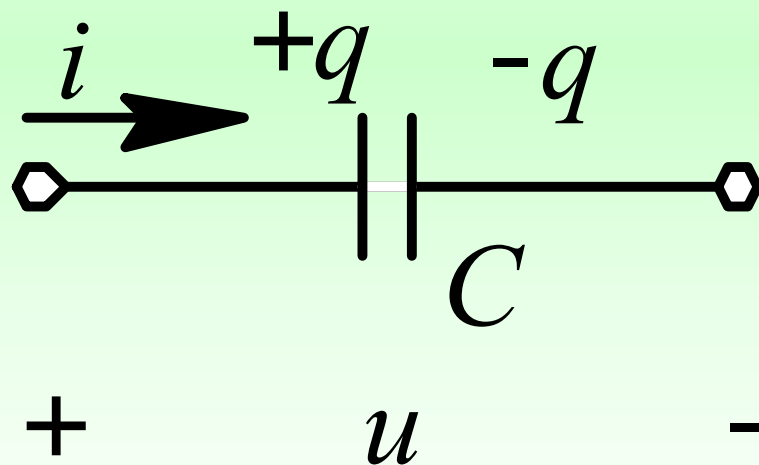


图3.1 线性电容元件的图形符号

3.1.1 电容元件的基本概念（二）

2. 电容的SI单位为法〔拉〕, 符号为F; $1\text{ F}=1\text{ C/V}$ 。常采用微法（ μF ）和皮法（ pF ）作为其单位。

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{ F}$$

$$1\text{pF} = 10^{-12}\text{ F}$$

3.1.2 电容元件的 u — i 关系

根据电流的定义, $i = \frac{dq}{dt}$ 及 $q = Cu$

关联参考方向下 $i = C \frac{du}{dt}$

电流与该时刻电压的变化率成正比。

若电压不变, $i=0$ 。电容相当与开路（隔直流作用）

3.1.3 电容元件的储能（一）

在电压和电流关联的参考方向下, 电容元件吸收的功率为

$$p = ui = uC \frac{du}{dt}$$

电容元件吸收的电能为

$$\begin{aligned} w_c &= \int_{t_0}^t p d\tau = \int_{t_0}^t Cu \frac{du}{dt} d\tau = C \int_{u(t_0)}^{u(t)} u du \\ &= \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(t_0) \end{aligned}$$

3.1.3 电容元件的储能（二）

若选取 t_0 为电压等于零的时刻, 即 $u(t_0)=0$

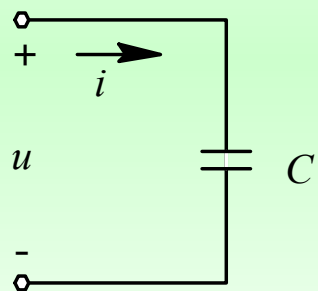
$$w_C = \frac{1}{2}Cu^2(t)$$

从时间 t_1 到 t_2 , 电容元件吸收的能量为

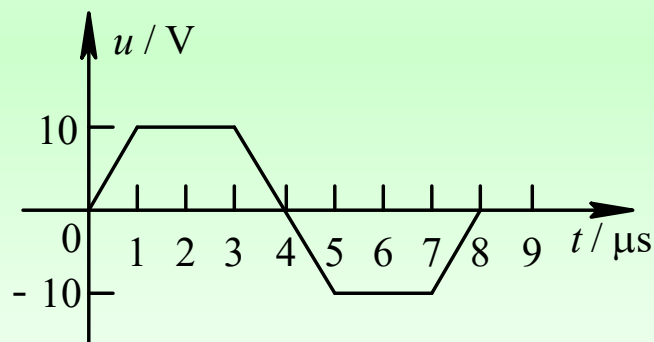
$$\begin{aligned} w_C &= C \int_{u(t_1)}^{u(t_2)} u du = \frac{1}{2}Cu^2(t_2) - \frac{1}{2}Cu^2(t_1) \\ &= w_C(t_2) - w_C(t_1) \end{aligned}$$

例 3.1 (一)

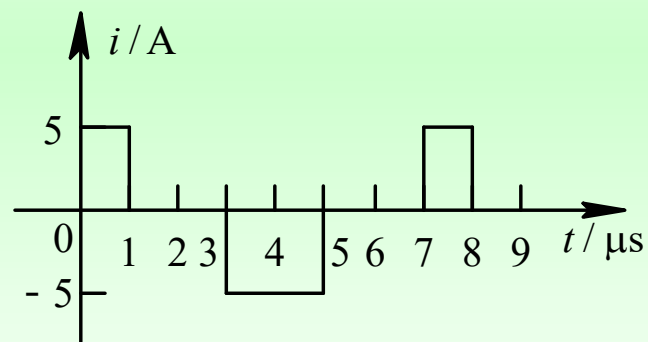
图3.2 (a) 所示电路中, 电容 $C=0.5\mu\text{F}$, 电压 u 的波形图如图3.2 (b) 所示。求电容电流 i , 并绘出其波形。



(a)



(b)



(c)

图 3.2 例 3.1 图

例 3.1 (二)

解 由电压 u 的波形, 应用电容元件的元件约束关系, 可求出电流 i 。

当 $0 \leq t \leq 1\mu\text{s}$, 电压 u 从 0 均匀上升到 10V, 其变化率为

$$\frac{du}{dt} = \frac{10 - 0}{1 \times 10^{-6}} = 10 \times 10^6 \text{ V/s}$$

例 3.1 (三)

由式(3.2)可得

$$i = C \frac{du}{dt} = 0.5 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^6 = 5A$$

当 $1\mu s \leq t \leq 3\mu s$, $5\mu s \leq t \leq 7\mu s$ 及 $t \geq 8\mu s$ 时, 电压 u 为常量, 其变化率为

$$\frac{du}{dt} = 0$$

例 3.1 (四)

故电流

$$i = C \frac{du}{dt} = 0.5 \times 10^{-6} \times -(10 \times 10^6) = -5A$$

当 $7\mu s \leq t \leq 8\mu s$ 时, 电压 u 由 $-10V$ 均匀上升到 0 , 其变化率为

$$\frac{du}{dt} = \frac{0 - (-10)}{1 \times 10^{-6}} = 10 \times 10^6 V / s$$

例 3.1 (五)

故电流

$$i = C \frac{du}{dt} = 0.5 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^6 = 5A$$

3.2 电容的串、并联

3.2.1 电容器的并联（一）

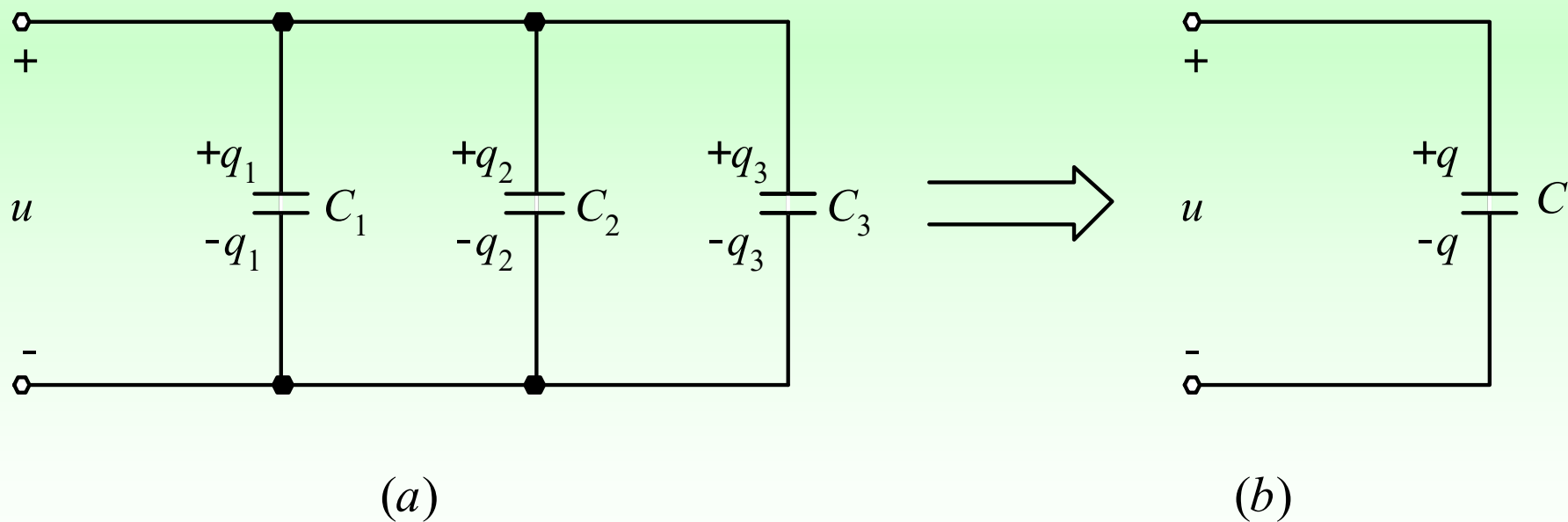


图3.3

3.2.1 电容器的并联（二）

$$q_1 = C_1 u, q_2 = C_2 u, q_3 = C_3 u$$

$$q_1 : q_2 : q_3 = C_1 : C_2 : C_3$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = C_1 u + C_2 u +$$

$$C_3 u = (C_1 + C_2 + C_3) u$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

3.2.2 电容器的串联（一）

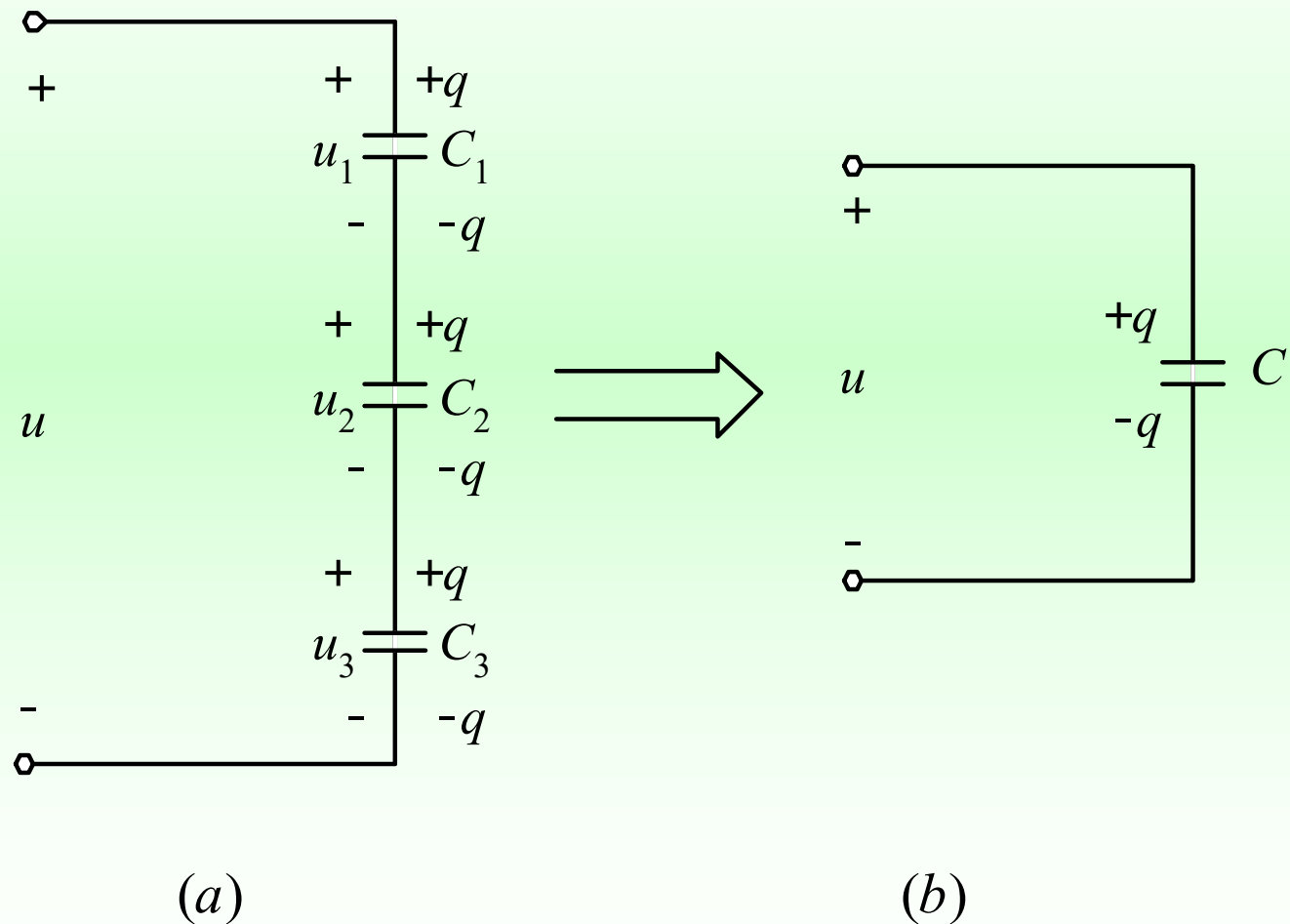


图3.4

3.2.2 电容器的串联（二）

$$q = C_1 u_1 = C_2 u_2 = C_3 u_3$$

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$u = \frac{q}{C}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$u_1 : u_2 : u_3 = \frac{q}{C_1} : \frac{q}{C_2} : \frac{q}{C_3} = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3}$$

$$q = q_M = C U_M$$

例 3.2 (一)

电路如图3.5所示, 已知 $U=18\text{V}$, $C_1=C_2=6\mu\text{F}$, $C_3=3\mu\text{F}$ 。求等效电容 C 及各电容两端的电压 U_1 , U_2 , U_3 。

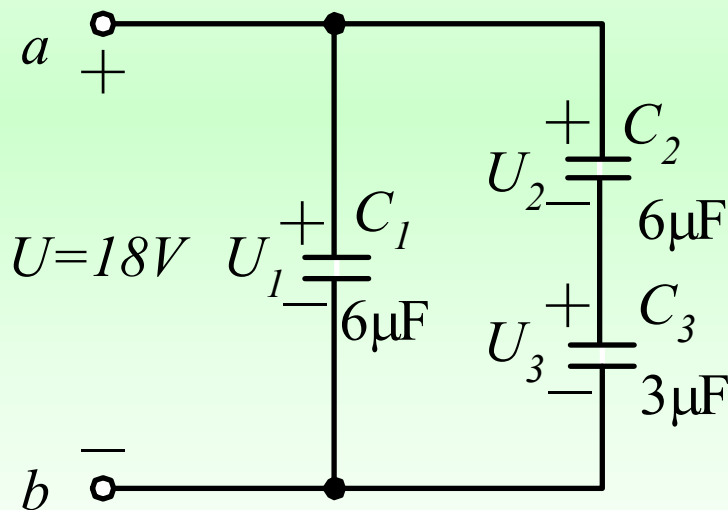


图3.5 例3.2图

例 3.2 (二)

解 C_2 与 C_3 串联的等效电容为

$$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \mu F$$

$$C = C_1 + C_{23} = 2 + 6 = 8 \mu F$$

$$U_1 = U = 18V$$

例 3.2 (三)

$$U_2 + U_3 = 18V$$

$$U_2 : U_3 = \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3} = 1 : 2$$

$$U_2 = 6V, U_3 = 12V$$

例 3.3 (一)

已知电容 $C_1=4\mu\text{F}$, 耐压值 $U_{M1}=150\text{V}$, 电容 $C_2=12\mu\text{F}$, 耐压值 $U_{M2}=360\text{V}$ 。

(1) 将两只电容器并联使用, 等效电容是多大?
最大工作电压是多少?

(2) 将两只电容器串联使用, 等效电容是多大?
最大工作电压是多少?

例 3.3 (二)

解 (1) 将两只电容器并联使用时, 等效电容为

$$C = C_1 + C_2 = 4 + 12 = 16\mu F$$

其耐压值为 $U = U_{M1} = 150V$

(2) 将两只电容器串联使用时, 等效电容为

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\mu F$$

例 3.3 (三)

① 求取电量的限额

$$q_{M1} = C_1 U_{M1} = 4 \times 10^{-6} \times 150 = 6 \times 10^{-4} C$$

$$q_{M2} = C_2 U_{M2} = 12 \times 10^{-6} \times 360 = 4.32 \times 10^{-3} C$$

$$q_M = \{C_1 u_{M1}, C_2 u_{M2}\}_{\min} = 6 \times 10^{-4} C$$

② 求工作电压

$$U_M = U_{M1} + \frac{q_M}{C_2} = 150 + \frac{6 \times 10^{-4}}{12 \times 10^{-6}} = 200V$$

$$U_M = \frac{q_M}{C} = \frac{6 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-6}} = 200V$$

3.3 电感元件

3.3.1 电感元件的基本概念（一）

$$\psi_L = N\Phi_L \quad \text{自感磁链}$$

$$L = \frac{\psi_L}{i_L} \quad (3.6)$$

称为电感元件的自感系数, 或电感系数, 简称电感。

3.3.1 电感元件的基本概念（二）

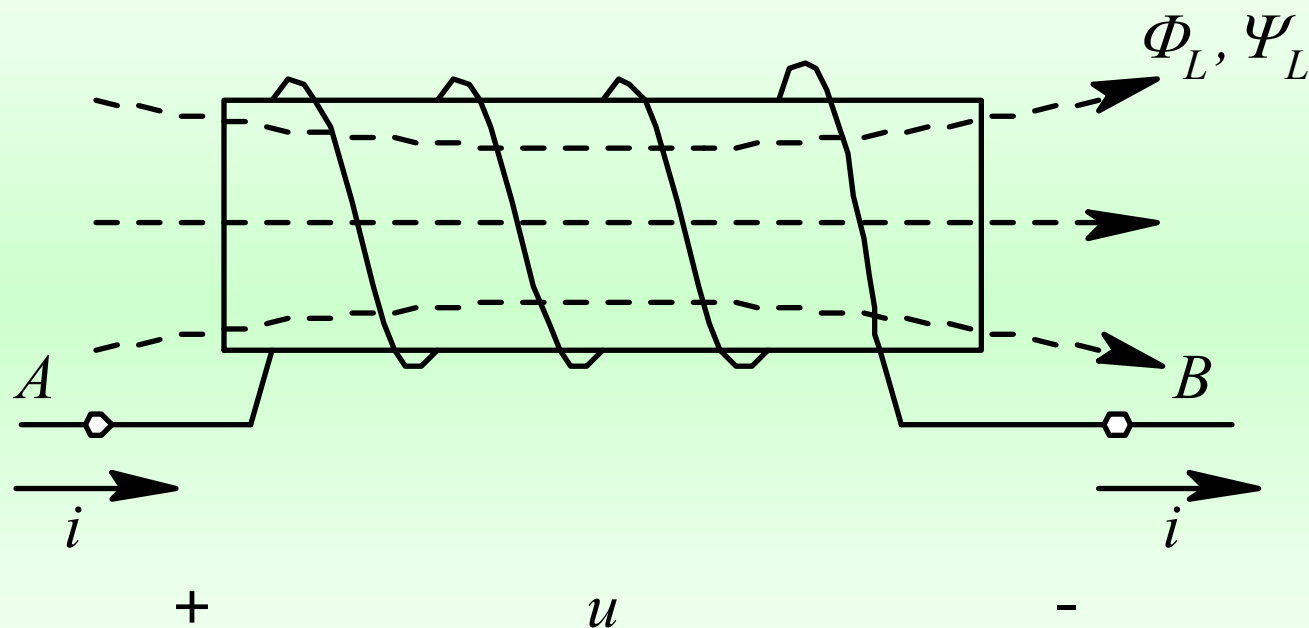


图 3.7 线圈的磁通和磁链

3.3.1 电感元件的基本概念（三）

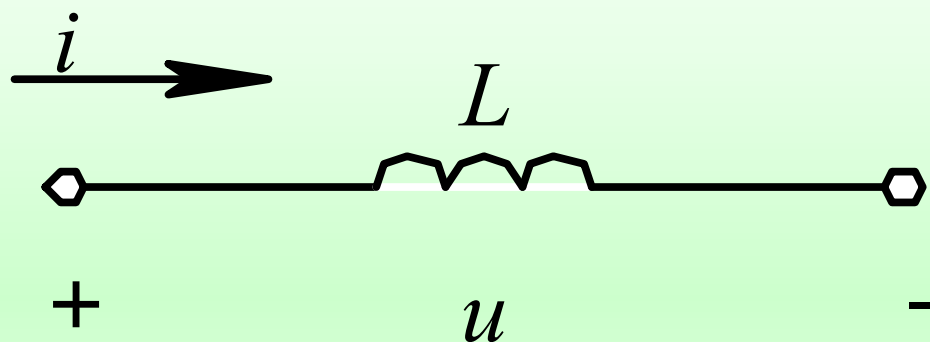


图 3.8 线性电感元件

3.3.1 电感元件的基本概念（四）

电感SI单位为亨〔利〕, 符号为H; $1\text{ H}=1\text{ Wb} / \text{A}$ 。通常还用毫亨（mH）和微亨（ μH ）作为其单位, 它们与亨的换算关系为

$$1\text{mH} = 10^{-3}\text{H}, \quad 1\mu\text{H} = 10^{-6}\text{H}$$

3.3.2 电感元件的 u — i 关系

$$\psi_L = Li$$

$$u = \frac{d\psi_L}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} \quad (3.7)$$

$$u = L \frac{di}{dt}$$

3.3.3 电感元件的储能（一）

在电压和电流关联参考方向下, 电感元件吸收的功率为

$$p = ui = iL \frac{di}{dt}$$

从 t_0 到 t 时间内, 电感元件吸收的电能为

$$\begin{aligned}\omega_L &= \int_{t_0}^t p d\tau = L \int_{i(t_0)}^{i(t)} i di \\ &= \frac{1}{2} Li^2(t) - \frac{1}{2} Li^2(t_0)\end{aligned}\tag{3.8}$$

3.3.3 电感元件的储能（二）

若选取 t_0 为电流等于零的时刻, 即 $i(t_0)=0$

$$\omega_L = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

从时间 t_1 到 t_2 , 电感元件吸收的能量为

$$\omega_L = L \int_{i(t_1)}^{i(t_2)} i \, di = \frac{1}{2} Li^2(t_2) - \frac{1}{2} Li^2(t_1) = \omega_L(t_2) - \omega_L(t_1)$$

例3.4 (一)

电路如图3.9 (a) 所示, $L=200\text{mH}$, 电流 i 的变化如图3.9 (b) 所示。

- (1) 求电压 u_L , 并画出其曲线。
- (2) 求电感中储存能量的最大值。
- (3) 指出电感何时发出能量, 何时接受能量?

例3.4 (二)

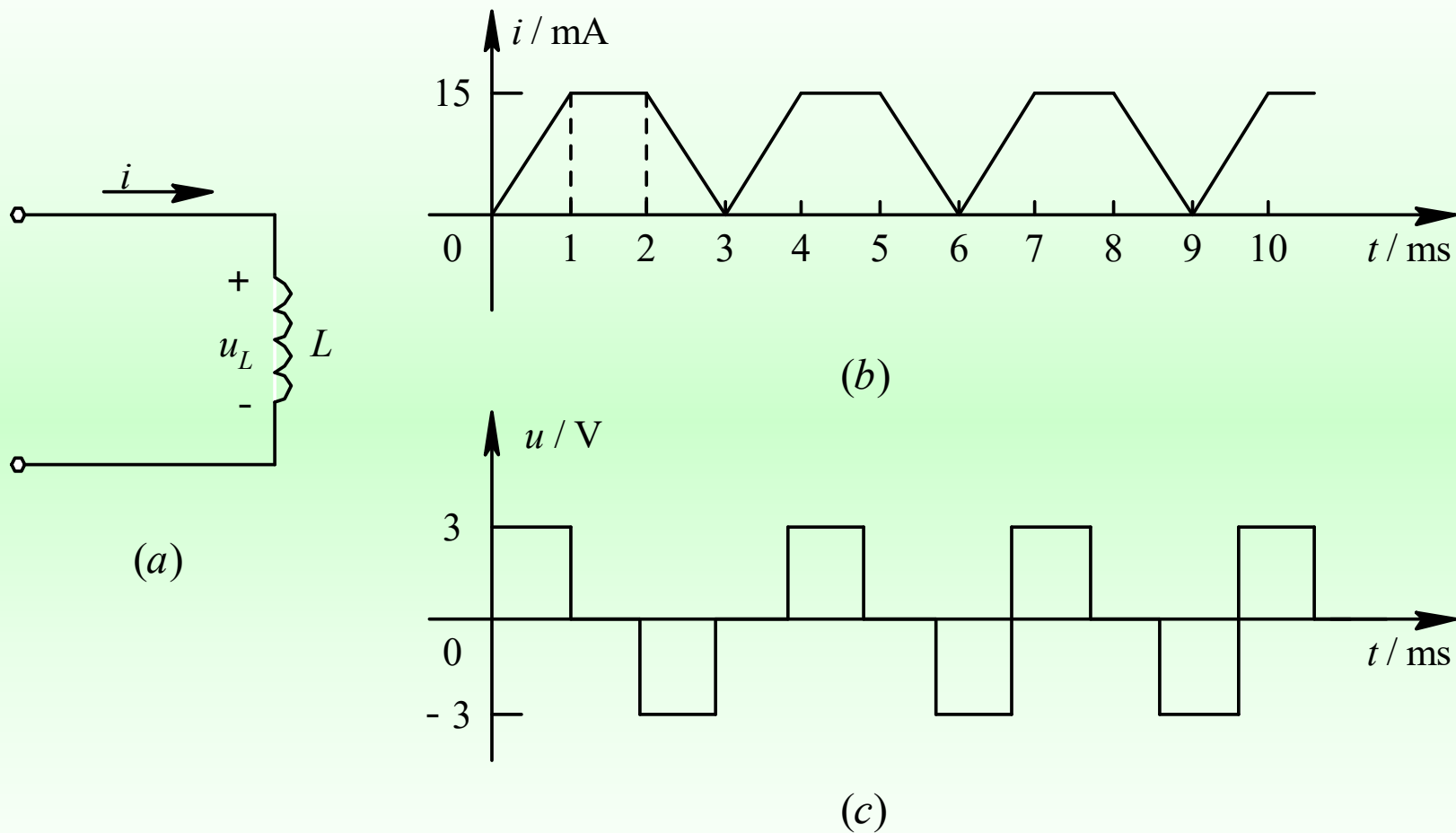


图 3.9 例 3.4 图

例3.4 (三)

解 (1) 从图3.9 (b) 所示电流的变化曲线可知, 电流的变化周期为3ms, 在电流变化每一个周期的第1个1/3周期, 电流从0上升到15mA。其变化率为

$$\frac{di}{dt} = \frac{(15-0) \times 10^{-3}}{(1-0) \times 10^{-3}} = 15 A/s$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = 200 \times 10^{-3} \times 15 = 3V$$

例3.4（四）

在第2个1/3周期中, 电流没有变化。电感电压为 $u_L=0$ 。

在第3个1/3周期中, 电流从15mA下降到0。其变化率为

$$\frac{di}{dt} = \frac{(0-15) \times 10^{-3}}{(1-0) \times 10^{-3}} = -15 A/s$$

电感电压为 $u_L = L \frac{di}{dt} = 200 \times 10^{-3} \times (-15) = -3V$

所以, 电压变化的周期为 3ms, 其变化规律为第1个1/3周期, $u_L=3V$; 第2个1/3周期, $u_L=0$; 第3个1/3周期, $u_L=-3V$ 。

例3.4（五）

（2）从图3.9（b）所示电流变化曲线中可知

$$\begin{aligned} i_{\max} &= \frac{1}{2} L i_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-3} \times (15 \times 10^{-3})^2 \\ &= 2.25 \times 10^{-5} J \end{aligned}$$

例3.4（六）

（3）从图3.9（*a*）和图3.9（*b*）中可以看出，在电压、电流变化对应的每一个周期的第1个1/3周期中

$$p = ui > 0$$

第2个1/3周期中

$$p = ui = 0$$

第3个1/3周期中

$$p = ui < 0$$

例3.4（七）

所以, 该电感元件能量的变化规律为在每个能量变化周期的第1个1/3周期中, $p>0$, 电感元件接受能量; 第2个1/3周期中, $p=0$ 电感元件既不发出能量, 也不接受能量; 第3个1/3周期中, $p<0$, 电感元件发出能量。

教学方法

1. 以蓄电池为例说明电容的储能作用
2. 如果所需的电容值为标称值以外的数值，应如何处理？

思考题

1. 为什么说电容元件在直流电路中相当于开路？
2. 电容并联的基本特点是：
 - (1) 各电容的电压_____。
 - (2) 电容所带的总电量为_____。
3. 电容串联的基本特点是：
 - (1) 各电容所带的电量_____。
 - (2) 电容串联的总电压为_____。
4. 为什么说电感元件在直流电路中相当于短路？